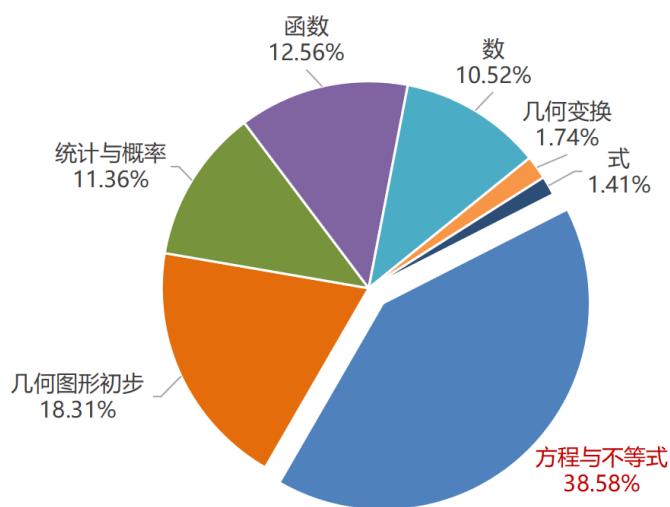


# 第1讲 二元一次方程（组）

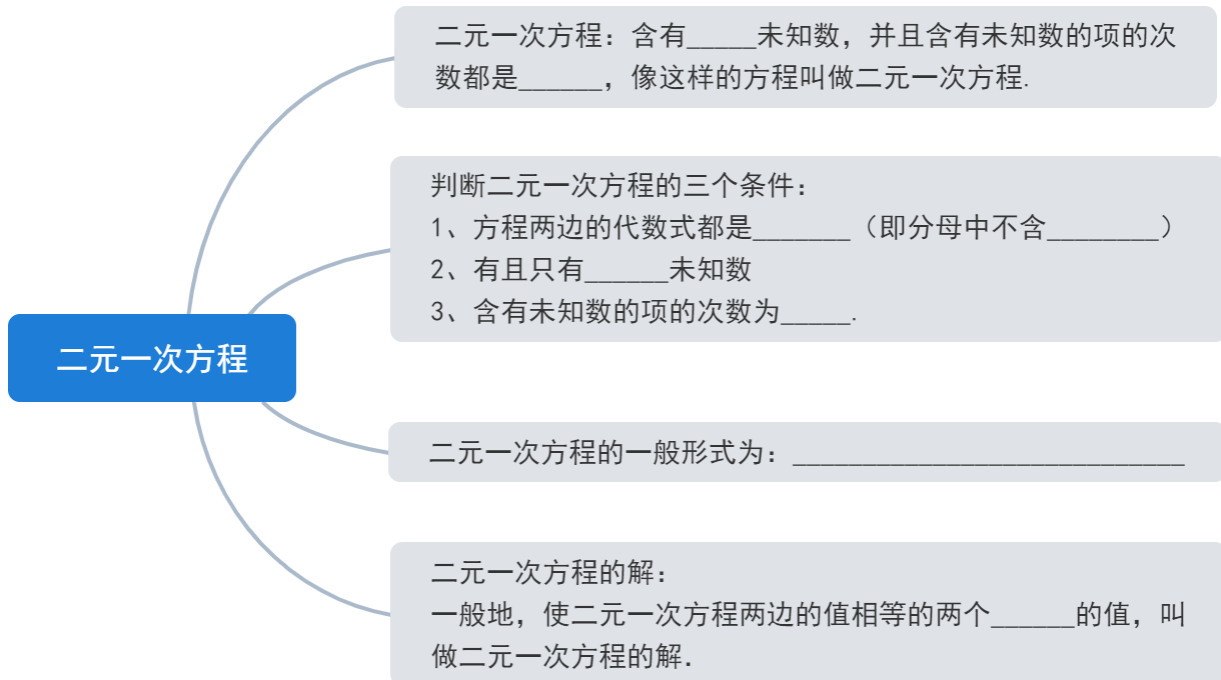
二元一次方程（组）与一元一次不等式（组）属于人教版第八章、第九章的内容，这部分的易错点为解方程，学生易在计算上出错，难点为二元一次方程组及不等式组的实际应用与含参方程、不等式；这部分内容是期末考试的高频考点，其中解方程、不等式以及实际应用属于必考内容，故这部分我们分为《二元一次方程（组）与一元一次不等式（组）》、《二元一次方程（组）》、《一元一次不等式（组）》、《含参不等式》、《方程、不等式综合》四个模块。本模块为《二元一次方程（组）与一元一次不等式（组）》，旨在帮助学生认识二元一次方程（组）、一元一次不等式（组），掌握二元一次方程组、一元一次不等式组的解法，为后续模块奠定基础。

本模块较为基础，适用于二元一次方程（组）与一元一次不等式组的基础认识与短期突破，本模块分为二元一次方程（组）、一元一次不等式（组）2讲内容，帮助学生了解二元一次方程（组）、一元一次不等式（组）的常见题型，梳理这部分的解题思路。





## 一、二元一次方程



### 例题

1. 下列方程中, 其中二元一次方程的个数是 ( ).

①  $4x^2 + 5 = 1$ ; ②  $3x + y = 1$ ; ③  $\frac{1}{x} - y = 1$ ; ④  $xy = 3$ ; ⑤  $y = \frac{1}{3}(x - 2)$ ; ⑥  $2x - y = z$

- A. 1个                      B. 2个                      C. 3个                      D. 4个

2. 若 $x^{2m-1} + 3y^{4-2n} = -7$ 是关于 $x$ 、 $y$ 的二元一次方程, 则 $m$ 、 $n$ 的值分别是( ).

- A.  $m = 1, n = \frac{3}{2}$       B.  $m = 1, n = -\frac{3}{2}$       C.  $m = 1, n = \frac{5}{2}$       D.  $m = 2, n = 1$

### 练习

3. 有下列方程: ① $xy = 2$ ; ② $3x = 4y$ ; ③ $x + \frac{1}{y} = 2$ ; ④ $y^2 = 4x$ ; ⑤ $\frac{x}{2} = 3y - 1$ ; ⑥

$x + y - z = 1$ . 其中二元一次方程有( ).

- A. 1个                      B. 2个                      C. 3个                      D. 4个

4. 方程 $\blacksquare x - 2y = 5 - 2x$ 是二元一次方程,  $\blacksquare$ 覆盖处是被污染的 $x$ 的系数, 则被污染的 $x$ 的系数的值不可能是( ).

- A. -1                      B. -2                      C. 1                      D. 2

### 例题

5. 若 $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ 是方程 $3x + y = 1$ 的解, 则 $9a + 3b + 1 =$ \_\_\_\_\_.

6. 方程 $x + y = 5$ 的非负的整数解是( ).

- A. 4个                      B. 5个                      C. 6个                      D. 7个

### 练习

7. 写出一个以 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ 为解的二元一次方程组\_\_\_\_\_.

8. 方程 $2x + y = 9$ 的正整数解有( )组.

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

## 二、二元一次方程组

## 二元一次方程组

二元一次方程组：方程组中有\_\_\_\_\_未知数，含有每个未知数的项的次数都是\_\_\_\_\_，并且一共有\_\_\_\_\_方程，像这样的方程组叫做二元一次方程组。

二元一次方程组的一般形式是：\_\_\_\_\_。

判断二元一次方程组的条件：①方程组中共含有\_\_\_\_\_未知数；②每个方程都是\_\_\_\_\_方程。

二元一次方程组的解：一般地，二元一次方程组的两个方程的\_\_\_\_\_，叫做二元一次方程组的解。

### 例题

9. 下列方程组中，属于二元一次方程组的是（ ）。

A.  $\begin{cases} x + 5y = 2 \\ xy = 7 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} 2x + \frac{1}{y} = 1 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} 3x = 5y \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = \frac{4}{3} \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x - 2z = 8 \\ x + 3y = 12 \end{cases}$

10. 若  $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$  是二元一次方程组的解，则这个方程组是（ ）。

A.  $\begin{cases} x - 3y = 5 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + y = 1 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} y = x - 3 \\ y - 2x = 5 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 2y \\ x = 3y + 1 \end{cases}$

### 练习

11. 下列不属于二元一次方程组的是（ ）。

A.  $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x + y = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} xy = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$

12. 下列各组数中，是方程组  $\begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 4 \end{cases}$  的解是（ ）。

A.  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 6 \\ y = 2 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 7 \\ y = -1 \end{cases}$

## 三、解二元一次方程组

### 认识消元思想

二元一次方程组中有两个未知数，如果消去其中一个未知数，那么就把二元一次方程组转化为一元一次方程。即可先求出一个未知数，然后再求另一个未知数，这种将未知数的个数由多化少、逐一解决的思想，叫做消元思想。

### 1. 代入消元法

## 典例

用代入消元法解方程组：

$$\begin{cases} 3x + 2y = -18 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = -18 \text{ ①} \\ x - 2y = 2 \text{ ②} \end{cases}$$

解：由②得：\_\_\_\_\_ ③，

将\_\_代入\_\_中，得\_\_\_\_\_，

解这个方程，得\_\_\_\_\_，

将\_\_\_\_\_代入\_\_中，得\_\_\_\_\_，

∴这个方程组的解是

## 例题

13. 解方程组  $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = 6 \end{cases}$  .

14. 解方程组：  $\begin{cases} 4(x - y - 1) = 3(1 - y) - 2 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \end{cases}$  .

## 练习

15. 解二元一次方程组：  $\begin{cases} 3x + 2y = 19 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$  .

16. 解方程组  $\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{2y}{3} = -1 \\ y - (x - 4y) = -19 \end{cases}$  .

## 2. 加减消元法

## 典例

用加减消元法解方程组：  
解方程组  $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 7x - 4y = -15 \end{cases}$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \text{ ①} \\ 7x - 4y = -15 \text{ ②} \end{cases}$$

解：由①×\_\_\_\_，得\_\_\_\_\_ ③，

\_\_\_\_+\_\_\_\_，得\_\_\_\_\_，

解得：\_\_\_\_\_，

把\_\_\_\_代入\_\_\_\_，得\_\_\_\_\_，

∴这个方程组的解是

### 例题

17. 解方程组： $\begin{cases} 3(x-1) = y+5 \\ 5(y-1) = 3(x+5) \end{cases}$  .

18. 解方程组：

$$\begin{cases} x + 4y = 14 \\ \frac{x-3}{4} - \frac{y-3}{3} = \frac{1}{12} \end{cases}$$

### 练习

19. 解下列方程组： $\begin{cases} 3x + 4y = 16 \\ 5x - 6y = 33 \end{cases}$  .

20. 解方程组：

$$\begin{aligned} (1) & \begin{cases} \frac{m+n}{3} - \frac{n-m}{4} = 2 \\ 4m + \frac{n}{3} = 14 \end{cases} \\ (2) & \begin{cases} 1 - 0.3(y-2) = \frac{x+1}{5} \\ \frac{y-1}{4} = \frac{4x+9}{20} - 1 \end{cases} \end{aligned}$$

## 3. 系数轮换（反复加减）法

二元一次方程组中 $x$ 和 $y$ 的系数成对称关系时（如 $\begin{cases} 2x + 3y = m \\ 3x + 2y = n \end{cases}$ ），可将两式相加和相减，得到两个关于 $x+y$ 和 $x-y$ 的二元一次方程，构成新的二元一次方程组 $\begin{cases} x+y = c_1 \\ x-y = c_2 \end{cases}$ ，解新的方程组即可。

### 典例

用系数轮换法解方程组：  

$$\begin{cases} 2015x + 2017y = 6047 \\ 2017x + 2015y = 6049 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2015x + 2017y = 6047 \text{ ①} \\ 2017x + 2015y = 6049 \text{ ②} \end{cases}$$

解：\_\_+\_\_得\_\_\_\_\_，

化简得\_\_\_\_\_。

\_\_-\_\_得\_\_\_\_\_，

化简得\_\_\_\_\_。

解方程组\_\_\_\_\_，

得\_\_\_\_\_。

### 例题

21. 解方程组：
$$\begin{cases} 21x + 23y = 243 \text{ ①} \\ 23x + 21y = 241 \text{ ②} \end{cases}$$

22. 解下列方程组：

( 1 ) 
$$\begin{cases} 2005x - 2006y = 2004 \\ 2004x - 2005y = 2003 \end{cases}$$

### 练习

23. 解下列方程组：
$$\begin{cases} 23x + 17y = 63 \\ 17x + 23y = 57 \end{cases}$$

24. 解方程组：

( 1 ) 
$$\begin{cases} 1995x + 1997y = 5989 \\ 1997x + 1995y = 5987 \end{cases}$$

### 独步天下

### 例题

25. 若关于  $x, y$  的二元一次方程组  $\begin{cases} ax - my = 16 \\ bx + ny = 15 \end{cases}$  的解  $\begin{cases} x = 7 \\ y = -1 \end{cases}$ ，那么关于  $x, y$  的二元一次方程组  $\begin{cases} a(2x + y) - m(x - y) = 16 \\ b(2x + y) + n(x - y) = 15 \end{cases}$  的解是  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

### 练习

26. 已知  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$  的解为  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$ ，则  $\begin{cases} 4a_1x + 3b_1y = 6c_1 \\ 4a_2x + 3b_2y = 6c_2 \end{cases}$  的解为 \_\_\_\_\_。

## 四、解三元一次方程组

解三元一次方程组只需要反复消元求解.

解方程组： 
$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 6 \\ x - y + 2z = -1 \\ x + 2y - z = 5 \end{cases} .$$

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 6 \text{①} \\ x - y + 2z = -1 \text{②} , \\ x + 2y - z = 5 \text{③} \end{cases}$$

解：将②变形得\_\_\_\_\_，④

把④代入①③，得\_\_\_\_\_，

整理，得\_\_\_\_\_，

⑤-⑥，得\_\_\_\_\_，即\_\_\_\_\_，

将\_\_\_\_\_代入⑤，得\_\_\_\_\_，

将\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_代入④，得\_\_\_\_\_，

所以原方程组的解为\_\_\_\_\_.

### 例题

27. 三元一次方程组 
$$\begin{cases} 3x - y + z = 4 \text{①} \\ 2x + 3y - z = 12 \text{②} \\ x + y + z = 6 \text{③} \end{cases}$$
 的解是\_\_\_\_\_.

### 练习

28. 解方程组： 
$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 9a - 3b + c = 28 \end{cases}$$
，则方程组的解是( ).

A. 
$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 1 \end{cases}$$

B. 
$$\begin{cases} a = -2 \\ b = -3 \\ c = -1 \end{cases}$$

C. 
$$\begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{cases}$$

D. 
$$\begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \\ c = 3 \end{cases}$$

29. 解方程组： 
$$\begin{cases} x - y - 5z = 4 \\ 2x + y - 3z = 10 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases} .$$